

# **VI городская олимпиада по математике для учащихся 6, 7 классов.**

**1 марта 2015 года.**

**6 класс.**

1. Придворный шут решил, что с этого времени он собирается говорить правду по понедельникам, средам и пятницам, но будет лгать во все другие дни. Как-то он сказал: «Завтра я собираюсь говорить правду». В какой день недели это случилось?

Решение и ответ.

Чтобы высказывание шута было истинным, необходимо, чтобы шут говорил правду 2 дня подряд, что противоречит условию. Для того, чтобы его высказывание было ложным необходимо, чтобы шут два дня подряд лгал. Такие два дня – лишь суббота и воскресенье, т.е. шут высказался в субботу.

2. В магазин привезли 3 разных мешка с сахаром. Половина первого мешка весит в 6 раз больше, чем треть второго мешка. Половина второго мешка весит в 9 раз больше, чем треть третьего мешка. Во сколько раз треть первого мешка тяжелее половины третьего мешка?

Решение и ответ.

Ответ: в 16 раз.

Решение: Разделим третий мешок (как явно самый маленький) на 6 равных кулечков (чтобы и половина, и треть были целыми). Будем все измерять в кулечках, пересчитывая последовательно. Тогда треть третьего мешка – это  $6 : 3 = 2$ ; половина второго мешка – это  $9 \cdot 2 = 18$ ; целый второй мешок – это  $2 \cdot 18 = 36$ ; треть второго мешка – это  $36 : 3 = 12$ ; половина первого мешка – это  $6 \cdot 12 = 72$ . Целый первый мешок – это  $2 \cdot 72 = 144$ ; треть первого мешка – это  $144 : 3 = 48$ ; половина третьего мешка  $6 : 2 = 3$ . А 48 больше 3 в  $48 : 3 = 16$  раз.

3. От пристани одновременно отправились 2 катера с одинаковой скоростью в стоячей воде. Один направился по течению, другой – против течения. В это же время от пристани отчалил плот. Через 90 минут с плота поступил сигнал «SOS». Оба катера сразу направились к плоту. Какой катер прибудет на помощь быстрее?

Решение и ответ.

Пусть  $x$  км/ч – скорость катера в стоячей воде,  $v$  км/ч – скорость течения реки. Скорость катера, идущего по течению,  $(x + v)$  км/ч отличается от скорости плота, идущего за ним со скоростью  $v$  км/ч на  $x$  км/ч. Скорость катера, идущего против течения,  $(x - v)$  км/ч отличается от скорости плота, идущего в противоположную от него сторону на  $x - v + v = x$  км/ч. Таким образом, через 90 минут оба катера находятся на равном расстоянии от

плота. Скорости сближения с плотом у них останутся  $x$  км/ч. Следовательно, катера придут к плоту одновременно.

4. Представьте дробь  $\frac{14}{45}$  как сумму двух положительных обыкновенных дробей с однозначным знаменателем. Найдите все решения.

Решение и ответ.

Ответ:  $\frac{1}{5} + \frac{1}{9}$ .

Решение. Складывая дроби, можно привести их к общему знаменателю, который равен произведению знаменателей слагаемых. Если потом дробь удастся сократить, то ее знаменатель будет делителем произведения знаменателей. Значит, 45 – делитель произведения двух однозначных чисел. Но произведение двух однозначных чисел не более 81. Среди таких чисел на 45 делится только само число 45. Его можно единственным образом представить как произведение однозначных:  $45 = 5 \cdot 9$ . Сумма двух самых маленьких дробей со знаменателями 5 и 9 – это  $\frac{1}{5} + \frac{1}{9} = \frac{14}{45}$ , значит, заменить никакую из дробей нельзя и других решений нет.

5. Можно ли разрезать квадрат со стороной 1 на 5 прямоугольников (необязательно равных) с периметром 2?

Решение и ответ.

Ответ: можно.

Решение. Пример см. на рисунке (четыре прямоугольника со сторонами  $\frac{3}{4}$  и  $\frac{1}{4}$  и квадрат со стороной  $\frac{1}{2}$ ).

